УДК 537.874.6: 681.7.068

# ФУРЬЕ-АНАЛИЗ ВОЛНОВОДНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ТЕРАГЕРЦОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

#### А. В. Шилов

старший преподаватель Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

## А. Б. Сотский

доктор физико-математических наук, профессор Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

В настоящей работе исследована проблема восстановления спектров комплексных волноводных показателей преломления и концентрации примесей в воздушной среде, заполняющей металлодиэлектрический волновод, либо капиллярное микроструктурное волокно по спектрам выходных терагерцовых импульсов. Предложена техника фильтрации вкладов различных мод в спектр выходного импульса, основанная на преобразовании Фурье-Габора данного импульса. Обосновано применение такого преобразования к количественному определению дисперсии групповой скорости мод. Установлено, что для определения малых значений концентрации примесного компонента в воздухе с помощью волноводной ТГц спектроскопии предпочтительны фазовые измерения, означающие восстановление вещественной части спектра приращения показателя преломления воздуха.

**Ключевые слова:** терагерцовая спектроскопия, металлодиэлектрический волновод, капиллярное микроструктурное волокно, преобразование Габора, высокочувствительные терагерцовые сенсоры.

#### Введение

В настоящее время активно развиваются терагерцовые (ТГц) технологии, в которых используется излучение с длинами волн миллиметрового порядка (0,03 – 3 мм) [1]. Большое распространение достаточно недорогих источников ТГц излучения в виде фотоантенн [2] обуславливает их использование в системах связи и безопасности, медицинских системах и спектроскопии различных веществ [1]. Так, в наиболее популярной в современных исследованиях ТГц спектроскопии во временной области (от англ. time domain spectroscopy) сканирование осуществляется ультракороткими пикосекундными импульсами [2], имеющими ширину спектра, сравнимую с несущей частотой. Такие сенсоры газовых сред и водных растворов востребованы в медицине и микробиологии [3, 4]. В частности в [4] показано, что отчетливая спектральная сигнатура на 1,54 ТГц порошка дипиколиновой кислоты (DPA) позволяет эффективно идентифицировать бактерии или споры. Однако, в целом, создание высокочувствительных сенсоров сталкивается с высоким поглощением ТГц излучения водой, вследствие которого слой воды толщиной больше 200мкм для ТГц излучения практически не прозрачен [5]. Выходом из такой ситуации является использование различных волноводных структур для увеличения длины взаимодействия с исследуемой средой и, как следствие, повышение чувствительности сенсора [1, 6–10].

Несмотря на достаточно полное исследование распространения мод ТГц волноводов в случае монохроматического излучения [7–9], вопросы ТГц спектроско© Шилов А. В., Сотский А. Б., 2025

пии во временной области примесных компонентов в средах, заполняющих полую сердцевину волноводов, либо каналы микроструктурной оболочки волокна изучены не достаточно. Пропускание через волноводы широкополосных ТГц импульсов, за исключением работы [6], исследовалось в основном экспериментально, с использованием сравнительно коротких отрезков волноводов, длина которых не превосходила 45см [1, 9]. Качественные соображения, приведенные в [10] и расчеты, выполненные в [6], позволяют лишь предположить, что основным ограничивающим фактором при такой спектроскопии является многомодовый режим работы волноводов, который может реализоваться при передаче широкополосных импульсов, используемых в ТГц спектроскопии.

В настоящей работе эффективный метод расчета широкополосных ТГц импульсов в волноводах, примененный в [6] для металлодиэлектрических волноводов развит для диэлектрических капиллярных микроструктурных волокон. Для улучшения чувствительности ТГц спектроскопии во временной области и преодоления ограничивающего фактора в виде многомодового режима работы предложена техника фильтрации вкладов различных мод в спектр выходного импульса, основанная на преобразовании Габора данного импульса. Обосновано также применение такого преобразования к количественному определению дисперсии групповой скорости мод. Численное моделирование выполнено в разработанных компьютерных программах на примерах определения примесей паров воды в воздухе, заполняющем полую сердцевину металлодиэлектрических и капиллярных микроструктурных волноводах, результаты которого приведены ниже.

#### Основная часть

Приведем основные соотношения методики расчета широкополосных импульсов в волноводах, рассмотренной в [6]. Ключевой ее особенностью является представление электромагнитного поля импульса в волноводе, ориентированном вдоль оси  $0\,z$ , в виде суммы импульсов полей волноводных мод [6] по следующему правилу:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}(r, \varphi, z, t) \end{pmatrix} = A \sum_{v=0}^{m} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{v}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}_{v}(r, \varphi, z, t) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где  $\nu$  – номер моды, m+1 – число учитываемых мод,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{v}(r,\varphi,z,t) \\ \mathbf{H}_{v}(r,\varphi,z,t) \end{pmatrix} = 4\pi \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} C_{v}(f) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{v}(r,\varphi,f) \\ \mathbf{h}_{v}(r,\varphi,f) \end{pmatrix} \exp \left\{ i \left[ 2\pi f t - k_{0}\beta_{v}(f)z \right] \right\} df, \quad (2)$$

 $C_{\rm v}$  – амплитуда,  $\beta_{\rm v}$  – безразмерная постоянная распространения,  ${\bf e}_{\rm v}$  и  ${\bf h}_{\rm v}$  – векторы электрического и магнитного поля моды, f – частота,  $k_0=2\pi fc^{-1}$  – волновое число вакуума, A – амплитуда линейно поляризованного возбуждающего импульса на входе в волновод, пространственно-временное распределение которого соответствует модели Астона [6] и берется в виде

$$E_{v} = A \exp(-r^{2} w^{-2}) P(t t_{s}^{-1}), \qquad (3)$$

где w – пространственный радиус пучка гауссова профиля,  $P(tt_s^{-1})$  – функция параболического цилиндра,  $t_s$  – масштабный фактор. Ключевую роль при расчете электромагнитного поля (1), (2) играет построение зависимостей  $\beta_v(f)$  и  $C_v(f)$ , которые определяются в результате решения дисперсионных уравнений и использования соотношений ортогональности [6]. Соответствующие расчеты выполнены в настоящей работе методом функций Грина [11].

В качестве металлодиэлектрического волновода с полой сердцевиной был выбран серебряный волновод кругового сечения, в котором сердцевина отделена от металла диэлектрическим слоем с проницаемостью  $\varepsilon_L$  и толщиной d, который находится между металлическим покрытием и полой сердцевиной. Здесь и далее диэлектриком служит полипропилен с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_L = 2.247 - i0.0036$  [12]. Дисперсия серебра рассчитывалась по модели Друде [13]. При расчетах было выбрано значение толщины диэлектрического слоя d = 40.9 мкм, которое согласно формуле (1) работы [6], является оптимальным на частоте 1ТГц. Расчеты выполнены для волноводов с диаметром полой сердцевины D = 3 мм. Экспериментальные образцы таких волноводов демонстрируют приемлемые гибкость и затухание ТГц сигналов [1,7, 8]. Для диэлектрической проницаемости среды, заполняющей полую сердцевину металлодиэлектрического волновода и каналы микроструктурного волновода использована модель [6]

$$\varepsilon_b(f) = 1 + 2C\Delta n(f), \quad \Delta n(f) = \sum_{j=1}^{29} a_j [b_j (f_j^2 - f^2) + if b_j^2]^{-1}, \tag{4}$$

где C — относительная концентрация водяного пара (C=1 соответствует лабораторным условиям), f берется в ТГц, а значения  $a_j$ ,  $b_j$ ,  $f_j$ , существенные для диапазона 1.5ТГц  $\geq f \geq 0.5$ ТГц, приведены в таблице 1.

j	$a_j \cdot 10^9$ , ТГц <sup>3</sup>	$b_{_{i}}\cdot 10^{3}$ , ТГц	$f_{_{i}}$ , ТГц
2	3.33	9.98	0.557
3	2.42	9.98	0.752
4	1.91	9.98	0.988
5	8.42	9.98	1.096
6	3.07	9.98	1.112
7	7.19	8.14	1.162
8	3.12	9.38	1.206
9	3.16	9.98	1.228
10	4.97	7.62	1.411

Таблица 1 – Константы дисперсионной модели насыщенного пара (4)

Определяющее значение для передаточных характеристик волновода имеет дисперсия мнимых частей постоянных распространения мод. Она иллюстрируется рисунком 1, где приведены дисперсионные кривые для 6 мод низшего порядка симметрии  $HE_{1v}$ , заметно влияющих на форму входного и выходного ТГц импульсов [6].

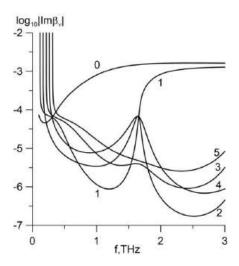


Рисунок 1 — Спектры затухания низших  $HE_{1v}$  мод метало - диэлектрического волновода с полой сердцевиной; номера кривых совпадают с v

Отклонение зависимостей на рисунке 1 от аналогичных зависимостей работы [6] объясняется использованием различных значений  $\varepsilon_L$ . Согласно рисунку 1, в диапазоне  $0.1 {\rm T} {\rm \Gamma} {\rm I} = f \geq 3.0 {\rm T} {\rm \Gamma} {\rm I}$  металлодиэлектрический волновод является существенно многомодовым. Этот диапазон соответствует ширине спектра входного импульса с параметрами w=800 мкм,  $t_s=0.2769$  пс [6], которые использованы в дальнейших расчетах.

На рисунке 2 представлены спектры групповых скоростей мод, определяющие динамику выходного импульса. Данная динамика иллюстрируется рисунком 3, где сопоставлены строго рассчитанные импульсы напряженности y – компоненты электрического поля  $E_y^{(0)}(\tau)$  и  $E_y(\tau)$  на оси волновода (r=0) на выходе отрезка волновода длины L=1 м при наличии  $(E_y(\tau))$  и отсутствии  $(E_y^{(0)}(\tau))$  примеси водяного пара в воздухе, заполняющем полую сердцевину волновода. Здесь и далее использовано обозначение  $\tau=t-Lc^{-1}$  и для имитации измерительных погрешностей к значениям  $E_y^{(0)}(\tau)$  и  $E_y(\tau)$  добавлены смещения, полученные нормальным генератором случайных чисел с дисперсией, соответствующей отношению сигнал / шум =1000.

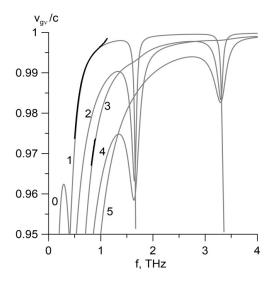


Рисунок 2 — Спектры отнесенных к скорости света групповых скоростей низиих  $HE_{1v}$  мод метало - диэлектрического волновода с полой сердцевиной (серые кривые, номера которых совпадают с v). Черные кривые — результат преобразования Габора выходного импульса

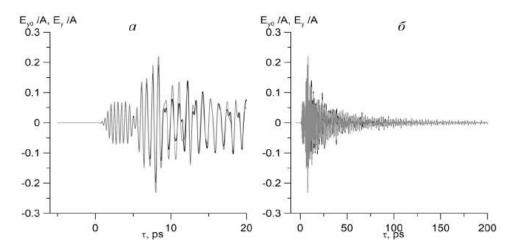


Рисунок 3 — Импульсы на выходе металлодиэлектрического волновода при отсутствии (серые кривые, C=0) и наличии (черные кривые, C=1) в его полой сердцевине водяного пара с относительной концентрацией C в увеличенном a) и уменьшенном b) масштабах

Обратная задача волноводной ТГц спектроскопии сводится к анализу отношения [6]

$$\frac{\hat{E}_{y}(f)}{\hat{E}_{y}^{(0)}(f)} = \frac{\sum_{v=1}^{m} C_{v} e_{vy} \exp\left[-ik_{0} \left(\beta_{v} + \frac{\partial \beta_{v}}{\partial n} \Delta n\right) L\right]}{\sum_{v=1}^{m} C_{v} e_{vy} \exp\left[-ik_{0} \beta_{v} L\right]},$$
(5)

где  $\hat{E}_y^{(0)}(f)$  и  $\hat{E}_y(f)$  – фурье-образы функций  $E_y^{(0)}(\tau)$  и  $E_y(\tau)$ , заданных на экспериментальном интервале  $\Delta \tau$  (на рисунке 3, a при  $\Delta \tau = 200$  пс). При стандартной объемной ТГц спектроскопии воздуха  $(D \to \infty)$  в (5) можно положить

$$\partial \beta_{y} / \partial n = 1$$
, (6)

в результате чего

$$-C \operatorname{Im} \Delta n = Ck = -(k_0 L)^{-1} \ln \left| \hat{E}_{y}(f) [\hat{E}_{y}^{(0)}(f)]^{-1} \right|, \tag{7}$$

$$C \operatorname{Re} \Delta n = -(k_0 L)^{-1} \arg \{ \hat{E}_{v}(f) [\hat{E}_{v}^{(0)}(f)]^{-1} \}.$$
 (8)

В случае волноводной ТГц спектроскопии условие (6) с высокой точностью выполняется только для основной моды волновода ( $\nu=1$ ), а для остальных мод оно нарушено, что существенно затрудняет решение обратной задачи по определению  $C\Delta n$ . В результате использование выражений (7) и (8) может привести к возникновению межмодовых шумов. Сказанное иллюстрируется кривыми на рисунке 4, рассчитанными на основании (7), (8) с использованием данных рисунка 3, a при шаге дискретизации временной переменной  $\delta \tau = 0.01\,\mathrm{nc}$  (этот шаг использован и в дальнейших расчетах).

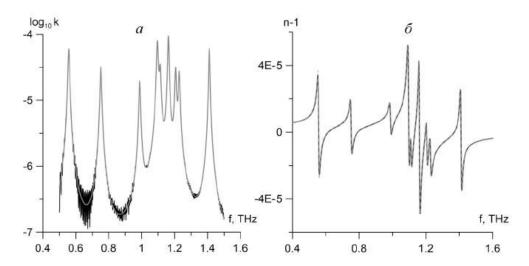


Рисунок 4 — Решение обратной задачи волноводной ТГ $\mu$  спектроскопии для металлодиэлектрического волновода с полой сердцевиной для мнимой а) и вещественной б) частей приращения показателя преломления сердцевины, вызванного наличием в воздухе водяного пара концентрации C=1. Серые кривые — точные данные, черные кривые — решение обратной задачи на основании (7), (8);  $n-1={\rm Re}\,\Delta n$ 

Черные быстро колеблющиеся кривые на рисунке 4, a — результат межмодового шума. Этот шум практически отсутствует в окрестности максимумов спектра поглощения примеси, что объясняется подавлением высших мод за счет их повышенного поглощения водяным паром. Еще можно отметить гораздо более низкую

чувствительность к межмодовому шуму фазовых измерений (см. рисунок 4,  $\delta$ ). Этот интересный факт обнаружен здесь впервые.

Согласно рисунку 1, оптимальная частота для детектирования значения C составляет 1.2 ТГц. На этой частоте основная мода имеет минимум затухания, который значительно меньше затухания остальных мод. Кроме того, этот минимум отвечает практически полной локализации энергии моды в воздушной среде, что эквивалентно условию  $\partial \beta_v / \partial n \approx 1$  [6]. Таблица 2 иллюстрирует точность решения обратной задачи по определению концентрации C из зависимостей, представленных на рисунке 4 и аналогичных им, соответствующих C=0.1, C=0.01. В таблице C — точное значение концентрации,  $C_r^{(k)}$  и  $C_r^{(n)}$  — результаты ее восстановления на основании (7) и (8) соответственно.

Тип волновода	C	$C_r^{(k)}$	$C_r^{(n)}$
Металлодиэлектрический;	1	1.002	1.000
$f = 1.2 \mathrm{TF}$ ц	0.1	0.0995	1.019
	0.01	0.0100	0.00954
	1	1.006	0.998
Микроструктурный; $f = 1.45  \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$	0.1	0.114	0.100
	0.01	0.00588	0.010

Tаблица 2-Oпределение концентрации примеси C

Согласно таблице 2, восстановление концентрации примесного компонента может быть успешно осуществлено при использовании оптимальной для данного волновода частоты. Вместе с тем из рисунка 4, а следует, что проблема межмодового шума может существенно усложнить абсорбционную волноводную ТГц спектроскопию примесных компонентов на отдельных участках спектра. Покажем, что эту проблему можно преодолеть путем фильтрации высших мод с помощью преобразования Габора выходного импульса.

Для рассматриваемых волноводов характерно сохранение направления поляризации излучения. Поэтому если на входе волновода электрическое поле было поляризовано вдоль оси  $0\,y_{,}$  то на выходе волновода в центре его сердцевины будет регистрироваться сигнал, пропорциональный сумме модовых импульсов:

$$E_{y}(\tau) = 2 \operatorname{Re} \sum_{v=0}^{m} \int_{-\infty}^{\infty} C_{v}(f) e_{v}(f) \exp \{i[2\pi f \tau - k_{0}(\beta_{v} - 1)L]\} df, \qquad (9)$$

где 
$$\tau = t - Lc^{-1}$$
,  $e_{v}(f) = e_{vv}(0, \varphi, f)$ .

Применим к сигналу (9) преобразование Фурье-Габора с гауссовым окном [14]:

$$G(f') = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau) \exp[-i2\pi f'(\tau - \tau_{0}) - (\tau - \tau_{0})^{2} T^{-2}] d\tau, \quad (10)$$

где  $\tau_0^-$  – центр окна,  $T_0^-$  его полуширина. Согласно (9), (10),

$$G(f') = \sum_{\nu=1}^{m} G_{\nu}(f'),$$
 (11)

$$G_{\nu}(f') = \Gamma_{\nu}(f') + \Gamma_{\nu}^{*}(-f'), \qquad (12)$$

$$\Gamma_{v}(f') = T \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{v}(f) e_{v}(f) \exp\{i[2\pi f \tau_{0} - k_{0} L(\beta_{v} - 1) - \pi^{2} (f - f')^{2} T^{2}]\} df.$$
 (13)

Предположим, что протяженность волновода L такова, что  $k_0 L >> 1$  . В этом случае интеграл (13) допускает аналитическую оценку методом перевала [15]:

$$\Gamma_{v}(f') = F_{v}(f_{vs}) \exp\{i[2\pi f \tau_{0} - k_{0}L(\beta_{v} - 1) - \pi^{2}(f - f')^{2}T^{2}]\}_{f = f_{vs}},$$
(14)

ГДе 
$$F_{v}(f) = \exp(i\frac{3}{4}\pi)(2\pi)^{2}TC_{v}(f)e_{v}(f)[2k_{0}L(2f^{-1}\frac{d\beta_{v}}{df} + \frac{d^{2}\beta_{v}}{df^{2}})]^{-\frac{1}{2}}\{1 + O[(k_{0}L)]^{-1}\}$$
 (15)

— медленно изменяющаяся функция частоты (характерным масштабом ее изменения является средняя частота спектра импульса на входе в волновод),  $f_{ys}$  — седловая точка, которая определяется из уравнения

$$v_{gv}(f_{vs})c^{-1}(1+\tau_0cL^{-1})=1,$$
 (16)

где  $v_{gv}(f)c^{-1}=\mathrm{Re}(\beta_v+fd\beta_v/df)^{-1}$  – групповая скорость v - й моды, отнесенная к скорости света.

Из (11), (12), (14) следует, что если параметр T выбрать в соответствии с условием  $\exp[\pi^2(f_{\mu s}-f_{\nu s})^2T^2]$  << 1, то функция |G(f')| будет иметь изолированные максимумы с координатами  $f'=f_{\nu s}$ , где  $\nu=0,1,\ldots$  Согласно (14), (15), величины этих максимумов будут определяться условиями возбуждения соответствующих мод и их затуханием на длине волновода. Таким образом, применив преобразование (10) к импульсу напряженности электрического поля, измеряемого на выходе волновода, и определив частотные координаты максиму-

мов функции  $\left|G(f')\right|$ , можно по формуле (16) найти групповые скорости мод на частотах  $f_{vs}$  .

Для практической реализации описанной выше методики преобразование Габора импульса напряженности электрического поля  $E_y(\tau)$  на выходе волновода вида (10) может быть представлено как

$$G(f) = \sum_{v=0}^{m} A_{v} \exp\left\{-\left[0.5\pi(f_{vs} - f)T\right]^{2}\right\} + A_{v}^{*} \exp\left\{-\left[0.5\pi(f_{vs} + f)T\right]^{2}\right\}.$$
 (17)

Здесь  $A_{_{\rm V}}$  — комплексные константы, определяемые дисперсионными характеристиками волновода и условиями его возбуждения, звездочка — комплексное сопряжение,  $f_{_{\rm V}s}$  — седловая частота для  $_{\rm V}$  - й моды, которая удовлетворяет уравнению (16). Параметры модели (17)  $A_{_{\rm V}}$ ,  $A_{_{\rm V}}^*$  и  $f_{_{\rm V}s}$  могут быть определены по экспериментальному импульсу  $E_{_{\rm V}}(\tau)$  методом наименьших квадратов с целевой функцией

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \left| G(f) - \sum_{v=0}^{m} \left\{ A_{v} \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi}{2} (f_{vs} - f)T \right]^{2} \right\} + A_{v}^{*} \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi}{2} (f_{vs} + f)T \right]^{2} \right\} \right|^{2} df,$$

где G(f) имеет вид (10). Данный метод приводит к алгебраической системе относительно неизвестных  $A_{_{\rm V}}$  и  $A_{_{\rm V}}^*$  :

$$\sum_{\mu=0}^{m} A_{\mu} \exp \left\{-0.5 \left[\pi T \left(f_{vs} - f_{\mu s}\right)\right]^{2}\right\} + A_{\mu}^{*} \exp \left\{-0.5 \left[\pi T \left(f_{vs} + f_{\mu s}\right)\right]^{2}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau) \exp \left\{-2 \left[(\tau - \tau_{0})T^{-1}\right]^{2} - i2\pi f_{vs}(\tau - \tau_{0})\right\} d\tau,$$
(18)

$$\sum_{\mu=0}^{m} A_{\mu} \exp\left\{-0.5\left[\pi T \left(f_{vs} + f_{\mu s}\right)\right]^{2}\right\} + A_{\mu}^{*} \exp\left\{-0.5\left[\pi T \left(f_{vs} - f_{\mu s}\right)\right]^{2}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau) \exp\left\{-2\left[(\tau - \tau_{0})T^{-1}\right]^{2} + i2\pi f_{vs}(\tau - \tau_{0})\right\} d\tau.$$
(19)

При выполнении системы (18), (19)

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}^{2}(\tau) \exp\left\{-2[(\tau - \tau_{0})T^{-1}]^{2}\right\} d\tau -$$

$$-\frac{2}{T\sqrt{\pi}} \sum_{v=0}^{m} \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau) \exp\left\{-2[(\tau - \tau_{0})T^{-1}]^{2} + i2\pi f_{vs}(\tau - \tau_{0})\right\} d\tau.$$
(20)

Значения  $f_{vs}$  находятся из условия минимума функционала (20) градиентным методом, где в качестве нулевых приближений могут быть выбраны корни уравнения

$$\operatorname{Im}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau)(\tau-\tau_{0}) \exp\left\{-2[(\tau-\tau_{0})T^{-1}]^{2} + i2\pi f_{vs}(\tau-\tau_{0})\right\} d\tau \times \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(\tau) \exp\left\{-2[(\tau-\tau_{0})T^{-1}]^{2} - i2\pi f_{vs}(\tau-\tau_{0})\right\} d\tau\right\} = 0,$$

которое при условиях

$$\left| f_{vs} - f_{\mu s} \right| >> 2 (T \sqrt{\pi})^{-1}$$
 (21)

При выполнении неравенств (17), (21) и в приближении (6)

$$-C\operatorname{Im}\Delta n = Ck = -(2\pi f_{vs}c^{-1}L)^{-1}\ln\left|G(f_{vs})[G_0(f_{vs})]^{-1}\right|, \quad (22)$$

$$C \operatorname{Re} \Delta n = -(2\pi f_{ys} c^{-1} L)^{-1} \arg \{G(f_{ys})[G_0(f_{ys})]^{-1}\},$$
 (23)

где функции  $G(f_{vs})$  и  $G_0(f_{vs})$  рассчитываются по формуле (10) по экспериментальным импульсам  $E_y(\tau)$  и  $E_y^{(0)}(\tau)$ , соответственно. В отличие от (7) и (8) выражения (22) и (23) относятся только к одной моде, что означает селекцию мод преобразованием Габора. Данная селекция устраняет проблему межмодового шума при волноводной ТГц спектроскопии воздушных примесей. Ключевым элементом при применении формул (22) и (23) является вычисление седловых частот  $f_{vs}$  по описанной выше схеме.

Заметим, что изменяя величину  $\tau_0$  можно построить зависимость  $f_{vs}(\tau_0)$ . Тогда выражение (16) позволяет экспериментально исследовать дисперсию групповой скорости моды, что важно для экспериментальной проверки теоретических моделей, используемых для расчета волноводов.

Об эффективности использования описанных преобразований Габора позволяют судить рисунок 2, кривые на котором соответствуют C=0 и рисунок 5, где C=1. Представленные на них данные относятся к длине волновода L=2 м и соответствуют частотам  $f_{vs}$ , на которых  $\left|G_{0}(f_{vs})\right|$  достигает максимума.

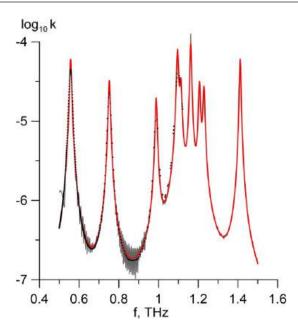


Рисунок 5 — Решение обратной задачи волноводной ТГц спектроскопии для металлодиэлектрического волновода для мнимой части приращения показателя преломления сердцевины, вызванного наличием примеси в воздухе водяного пара концентрации С = 1. Красная кривая — точный спектр, серая кривая — стандартное приближение (7), дискретные точки — приближение (22)

Представленные выше результаты относятся к сенсорам на основе металлодиэлектрических волноводов, которые в гибком варианте весьма сложны для изготовления. Более простую альтернативу представляют сенсоры воздушных примесей с чувствительными элементами в виде диэлектрических микроструктурных волноводов. Их достоинством является квази-одномодовый режим работы, исключающий межмодовые шумы, а недостатками — наличие дискретных окон прозрачности в спектре пропускания и значительные потери ТГц сигнала между такими областями [12].

Продемонстрируем результаты, которые относятся к реализации разработанных методов применительно к расчету сенсора на основе капиллярного микроструктурного волокна с полой сердцевиной. Для этого так же, как и в случае металлодиэлектрического капилляра, использованы модель приращения показателя преломления воздуха (4). Расчеты выполнены для полипропиленового капиллярного микроструктурного волокна, образованного кольцом из 8 полых капилляров с толщиной стенки d, плотно упакованных в трубке с внутренним диаметром D [12]. Использованы значения d=170мкм, D=1860мкм, L=20см, соответствующие экспериментальному образцу волновода, исследованному в [12]. Пропускание данного волновода обеспечивается основной модой в трех окнах прозрачности  $0.710 \text{ TFu} \le f \le 0.797\text{TFu}$ ,  $1.196 \text{ TFu} \le f \le 1.582\text{TFu}$ ,  $1.993 \text{ TFu} \le f \le 2.371\text{TFu}$ , что исключает проблему межмодовых шумов при TFu спектроскопии примесных компонентов. На этом основании решение обратной задачи TFu спектроскопии осуществлялось по формулам (5) — (8). При расчетах использованы спектры постоянных распро-

странения моды, приведенные в [12] и рассчитанные методом интегральных уравнений [11].

Рисунок 6 иллюстрирует влияние водяного пара на выходной импульс волновода.

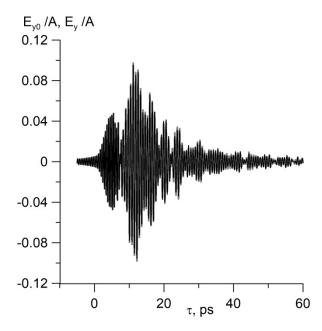


Рисунок 6 — Импульсы на выходе капиллярного микроструктурного волокна при отсутствии (серая кривая, C=0) и наличии (черная кривая, C=1) в его каналах водяного пара с относительной концентрацией C

Форма импульса, представленного на рисунке 6 и реконструированного численным моделированием при C=0, подобна экспериментальной форме в [12], однако их детальное соответствие не наблюдается. Это можно объяснить некоторым отклонением использованного при расчетах задающего импульса от экспериментального.

На рисунке 7 представлено решение обратной задачи ТГц спектроскопии о восстановлении спектра  $\Delta n(f)$  для случая C=1. Как и следовало ожидать, корректные результаты для  $\Delta n(f)$  получаются только в пределах указанных выше окон прозрачности. Поскольку при максимуме пропускания волновода на частоте f=1.45 ТГц с высокой точностью реализуется условие (6), определение концентрации примеси естественно проводить на указанной частоте. Соответствующие данные собраны в нижней части таблицы 2. Их рассмотрение снова свидетельствует о преимуществе использования  $\operatorname{Re}[\Delta n(f)]$ . Однако этот результат можно отнести только к детектированию малых значений C. В частности, расчеты показали, что при C=10 в (8) возникает проблема однозначного определения  $\operatorname{arg}\{\hat{E}_{\nu}(f)[\hat{E}_{\nu}^{(0)}(f)]^{-1}\}$ .

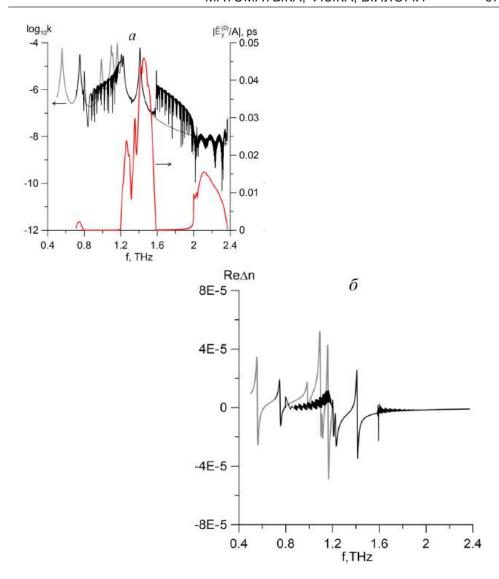


Рисунок 7 — Решение обратной задачи волноводной ТГц спектроскопии в случае микроструктурного волокна для мнимой а) и вещественной б) частей приращения показателя преломления каналов, вызванного наличием примеси в воздухе водяного пара концентрации C=1. Серые кривые — точные данные, черные кривые — решение обратной задачи на основании (7), (8), красная кривая — спектр пропускания волновода при C=0

# Заключение

Итак, разработаны методы оценки спектров комплексных волноводных показателей преломления и концентрации примесных компонентов в воздушной среде, заполняющей полую сердцевину металлодиэлектрического волновода, либо каналы диэлектрического капиллярного микроструктурного волокна по спектрам выходных ТГц импульсов. Показано, что основной причиной шумов при определении спектра приращения мнимой части показателя преломления зондируемой среды является различная чувствительность постоянных распространения мод разного

порядка к детектируемой примеси. Для преодоления данной проблемы предложена техника фильтрации вкладов различных мод в спектр выходного импульса, основанная на преобразовании Габора данного импульса. Обосновано также применение такого преобразования к количественному определению дисперсии групповой скорости мод. Установлено, что для определения малых значений концентрации примесного компонента в воздухе с помощью волноводной ТГц спектроскопии предпочтительны фазовые измерения, означающие восстановление вещественной части спектра приращения показателя преломления воздуха.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «1.15 Фотоника и электроника для инноваций».

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. *Ito*, *K*. Analysis of transmission properties of terahertz hollow-core optical fiber by using time-domain spectroscopy and application for remote spectroscopy / K. Ito, T. Katagiri, Y. Matsuura // Journal of the Optical Society of America B. − 2017. − Vol. 34, № 1. − P. 60–65.
- 2. Fourier-transform THz spectroscopy based on electric-field interferometry using THz-PMT / H. Takahashi [et al.] // Optics Express. 2024. Vol. 32, iss. 7. P. 12774–12782.
- 3. *Ангелуц, А. А.* Характерные отклики биологических и наноразмерных систем в терагерцовом диапазоне частот / А. А. Ангелуц [и др.] // Квантовая электроника. 2014. Т. 44, № 7. С. 614–632.
- 4. Continuous-wave terahertz spectroscopy of plasmas and biomolecules / D. F. Plusquellic [et al.] // International journal of high speed electronics and systems. 2003. Vol. 13, № 04. P. 1287–1306
- 5. *Mazhorova*, *A.* Label-free bacteria detection using evanescent mode of a suspended core terahertz fiber / A. Mazhorova [et al.] // Optics Express. 2012. Vol. 20, № 5. P. 5344–5355.
- 6. *Сотский, А. Б.* Распространение терагерцовых импульсов в капиллярных волноводах с металлизированной границей / А. Б. Сотский, А. В. Шилов, Л. И. Сотская // Компьютерная оптика. -2017. -T.41, № 6. -C. 803–811.
- 7. Hollow polycarbonate waveguides with inner Cucoatings for delivery of terahertz radiation / J. A. Harrington, R. George, P. Pedersen, E. Mueller // Optics Express. 2004. Vol. 12, № 21. P. 5263–5268.
- 8. *Matsuura, Y.* Hollow optical fibers loaded with an inner dielectric film for terahertz broadband spectroscopy / Y. Matsuura, E. Takeda // Journal of the Optical Society of America B. 2008. Vol. 25, № 12. P. 1949–1954.
- 9. Terahertz wave transmission in flexible polystyrene-lined hollow metallic waveguides for the 2.5-5 THz band / M. Navarro-Cia [et al.] // Optics Express. 2013. Vol. 21, № 20. P. 23748–23755.
- 10. Terahertz waveguides with low transmission losses: characterization and applications / O. Mitrofanov [et al.] // Proc. SPIE 2014. Vol. 9199. P. 919901-1–919901-8.
- 11. *Сотский, А. Б.* Теория оптических волноводных элементов: моногр. / А. Б. Сотский. Могилев : УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. 456с.
- 12. Eight-capillary cladding THz waveguide with low propagation losses and dispersion / M. M. Nazarov [et al.] // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. 2018. Vol. 8, Issue 2. P. 183–191.
- 13. Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd,Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared / M. A. Ordal [et al.] // Appl. Opt. − 1983. − Vol. 22, № 7. − P. 1099–1120.
- 14. Excitation and propagation of surface electromagnetic waves studied by terahertz spectrochronography / M. M. Nazarov [et al.] // Laser Phys. Lett. − 2005 − Vol. 2, № 10. − P. 471–475.
  - 15. *Корн, Г.* Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. М. : Наука, 1977. 831 с.

Поступила в редакцию 01.06.2025 г.

Контакты: shilov@m.msu.by (Шилов Артур Владимирович), sotsky@m.msu.by (Сотский Александр Борисович)

# Shilov A. V., Sotsky A. B. FOURIER ANALYSIS OF WAVEGUIDE PULSES IN TERAHERTZ SPECTROSCOPY

The paper addresses the problem of reconstructing the spectra of complex waveguide refractive indices and impurity component concentrations in an air medium filling a metal-dielectric waveguide or a dielectric capillary microstructured fiber from the spectra of output terahertz pulses. The authors propose a technique for filtering the contributions of different modes to the spectrum of an output pulse based on the Gabor transform of a given pulse. The use of this transform to quantitatively determine the mode group velocity dispersion is substantiated. It is established that phase measurements, which mean reconstructing the real part of the spectrum of the air refractive index increment, are preferable for determining small values of the impurity component concentration in air using waveguide THz spectroscopy.

**Keywords:** terahertz spectroscopy, metal-dielectric waveguide, capillary microstructured fiber, Gabor transform, highly sensitive terahertz sensors.